

Hola

El trabajo práctico 2 y las próximas tres dos clases

Parte 2

Trabajo práctico 2 – Parte 2

ENUNCIADO

2 – Otra variable aleatoria

Es posible construir variables aleatorias como combinaciones de otras variables aleatorias, como la variable aleatoria “suma del resultado de dos dados” o “división entre la cantidad de gente que compra algo en una web y la cantidad de gente que la visita por día”. En esta sección vamos a trabajar con la variable aleatoria “hacer quince repeticiones de X , sumar los resultados y dividir todo por quince”; también conocido como el promedio de quince valores independientes de X :

$$Y = \bar{X}_{15} = \frac{1}{15}(X_1 + X_2 + \dots + X_{15}) = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} X_i$$

- (2.a) Genere una función `Y_dist(R)` que devuelva un vector con R realizaciones de Y .
- (2.b) Calcule la media y la varianza muestral de los datos para $R \in \{2, 30, 100, 10^4\}$..
- (2.c) Note que $\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(X)$. ¿Qué medias empíricas se acercan más a el valor esperado? ¿los obtenidos en (1.b) o en (2.b)?.
Calcule teóricamente $\mathbb{E}(Y)$ y $\mathbb{V}(Y)$ y discuta lo obtenido en este punto.
- (2.d) Haga dos histogramas de Y , tomando $R \in \{100, 10^4\}$ realizaciones y 30 bines.
¿Qué distribución espera ver? Discuta qué efecto tiene variar R .
(si considera que la respuesta es evidente probablemente no esté en lo correcto)

UN EJERCICIO ANTES DE ARRANCAR

Sea X_1, X_2, \dots una sucesión de variables aleatorias i.i.d. con densidad

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} I_{(0,1)}(x).$$

Sean $Y_n = X_n e^{\sqrt{X_n}}$ para $n \in \mathbb{N}$.

- ¿Son i.i.d. las variables Y_1, Y_2, \dots ?
- Calcule $\mathbb{E}(Y_1)$
- Utilizando la LGN, calcule el límite en probabilidad de $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i e^{\sqrt{X_i}}$.

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . A

(1.a) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Genere una función `Y_dist(R)` que devuelva un vector con R realizaciones de Y

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . A

(1.a) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Genere una función `Y_dist(R)` que devuelva un vector con R realizaciones de Y

```
1 Y_dist <- function(R) {  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11 }
```

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . A

(2.a) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Genere una función `Y_dist(R)` que devuelva un vector con R realizaciones de Y

```
1 Y_dist <- function(R) {  
2  
3  
4  
5   X_15 <- runif(n = 15, min = 0, max = 18)  
6   mX_15 <- mean(X_15)  
7  
8  
9  
10  
11 }
```

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . A

(2.a) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Genere una función `Y_dist(R)` que devuelva un vector con R realizaciones de Y

```
1 Y_dist <- function(R) {  
2  
3   Y <- numeric(R)  
4   for (i in 1:R) {  
5     X_15 <- runif(n = 15, min = 0, max = 18)  
6     mX_15 <- mean(X_15)  
7     Y[i] <- mX_15  
8   }  
9  
10 }  
11 }
```

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . A

(2.a) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Genere una función `Y_dist(R)` que devuelva un vector con R realizaciones de Y

```
1 Y_dist <- function(R) {  
2  
3   Y <- numeric(R)  
4   for (i in 1:R) {  
5     X_15 <- runif(n = 15, min = 0, max = 18)  
6     mX_15 <- mean(X_15)  
7     Y[i] <- mX_15  
8   }  
9  
10  return(Y)  
11 }
```

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . A

Desarmemos el bucle del `runif`:

```
1 Y <- numeric(R)
2 for (i in 1:R) {
3
4   X_15 <- runif(n = 15, min = 0, max = 18)
5
6
7
8
9   mX_15 <- mean(X_15)
10  Y[i] <- mX_15
11 }
```

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . A

Desarmemos el bucle del `runif`:

```
1 Y <- numeric(R)
2 for (i in 1:R) {
3
4   X_15 <- numeric(15)
5   for (j in 1:15) {
6     X_15[j] <- runif(n = 1, min = 0, max = 18)
7   }
8
9   mX_15 <- mean(X_15)
10  Y[i] <- mX_15
11 }
```

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . A

Desarmemos el bucle del `runif`:

```
1 Y <- numeric(R)
2 for (i in 1:R) {          # R encuestadores
3
4   X_15 <- numeric(15)
5   for (j in 1:15) {        # 15 encuestas x encuestador
6     X_15[j] <- runif(n = 1, min = 0, max = 18)
7   }
8
9   mX_15 <- mean(X_15)
10  Y[i] <- mX_15
11 }
```

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . B

(2.b) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Calcule la media y la varianza muestral de los datos para $R \in \{2, 30, 100, 10^4\}$.

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . C

(2.c) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Note que $\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(X)$. ¿Qué medias empíricas se acercan más a el valor esperado? ¿los obtenidos en (1.b) o en (2.b) ?

Calcule teóricamente $\mathbb{E}(Y)$ y $\mathbb{V}(Y)$ y discuta lo obtenido en este punto.

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . C

(2.c) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18) \quad X_j = U_j(a, b)$

...

Calcule teóricamente $\mathbb{E}(Y)$ y $\mathbb{V}(Y)$ y discuta lo obtenido en este punto.

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . C

(2.c) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18) \quad X_j = U_j(a, b)$

...

Calcule teóricamente $\mathbb{E}(Y)$ y $\mathbb{V}(Y)$ y discuta lo obtenido en este punto.

$$\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E} \left(\frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j \right) = \mathbb{E}(X_1) = \frac{a+b}{2}$$

$$\mathbb{V}(Y) = \mathbb{V} \left(\frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j \right) = \frac{1}{15} \mathbb{V}(X_1) = \frac{1}{15} \frac{(b-a)^2}{12}$$

Trabajo práctico 2 – Parte 2

P U N T O 2 . D

(2.d) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Haga dos histogramas de Y , tomando $R \in \{100, 10^4\}$ realizaciones y 30 bines.

¿Qué distribución espera ver? Discuta qué efecto tiene variar R .

(si considera que la respuesta es evidente probablemente no esté en lo correcto)

Trabajo práctico 2 – Parte 2

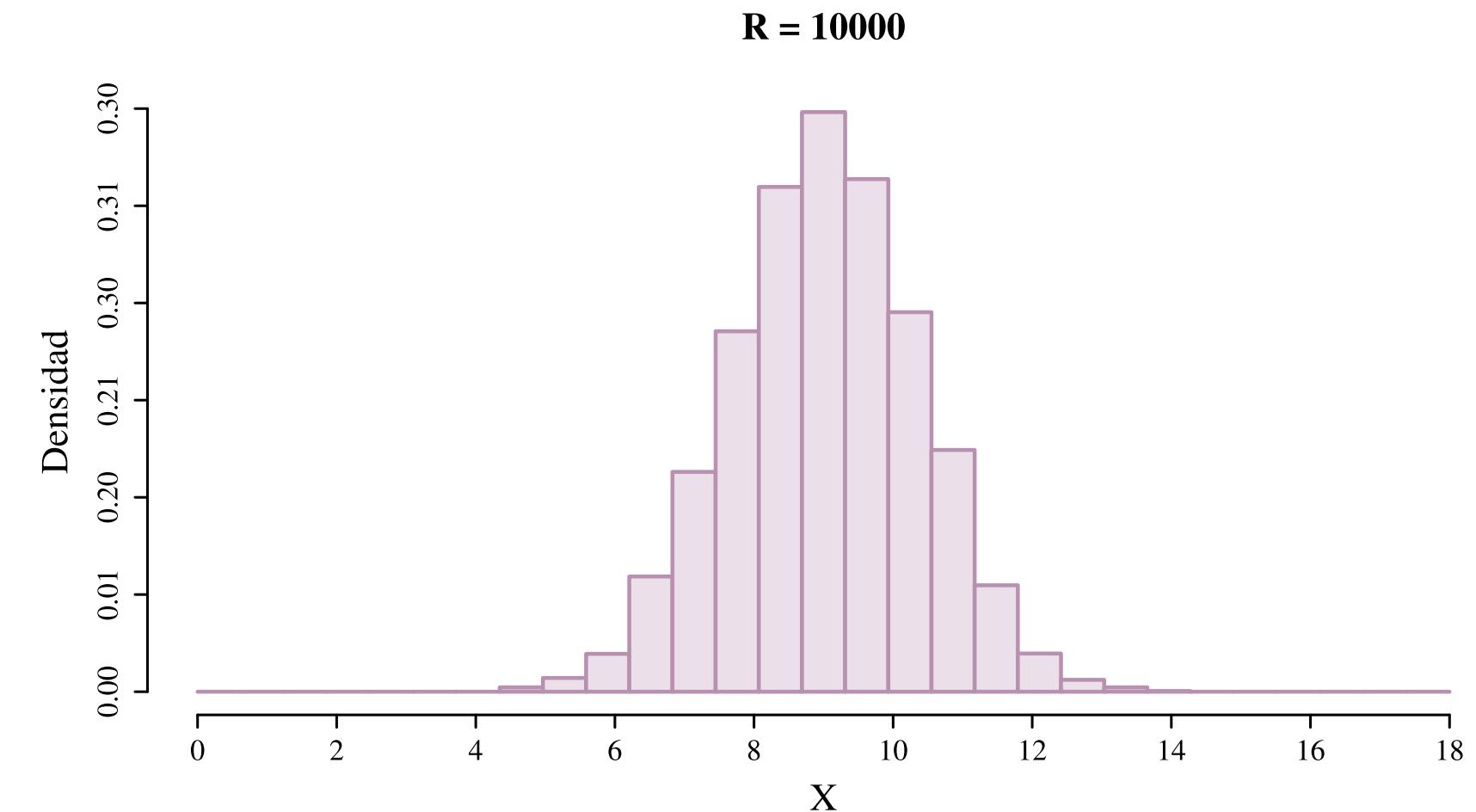
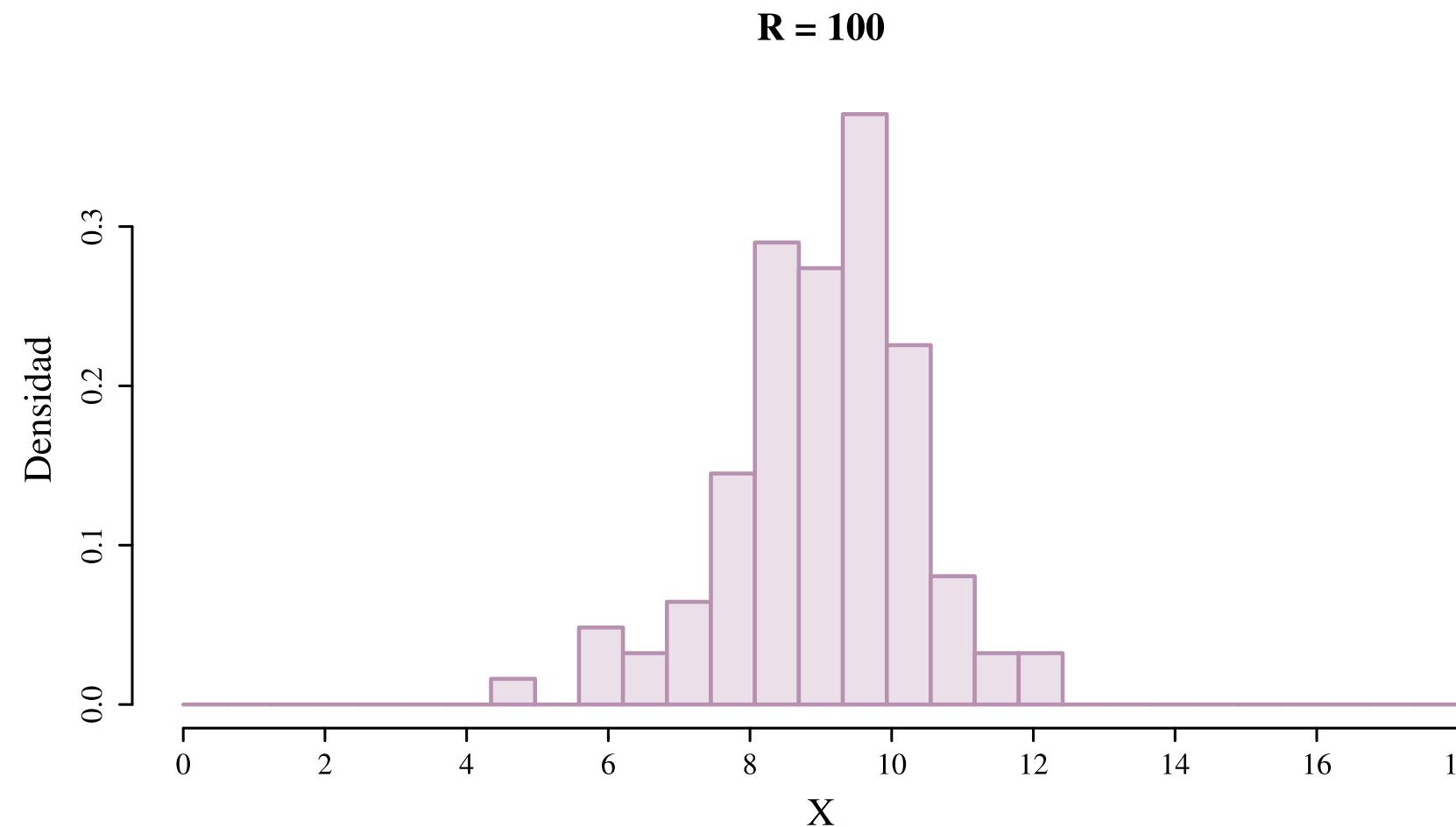
P U N T O 2 . D

(2.d) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Haga dos histogramas de Y , tomando $R \in \{100, 10^4\}$ realizaciones y 30 bines.

¿Qué distribución espera ver? Discuta qué efecto tiene variar R .

(si considera que la respuesta es evidente probablemente no esté en lo correcto)



Trabajo práctico 2 – Parte 2

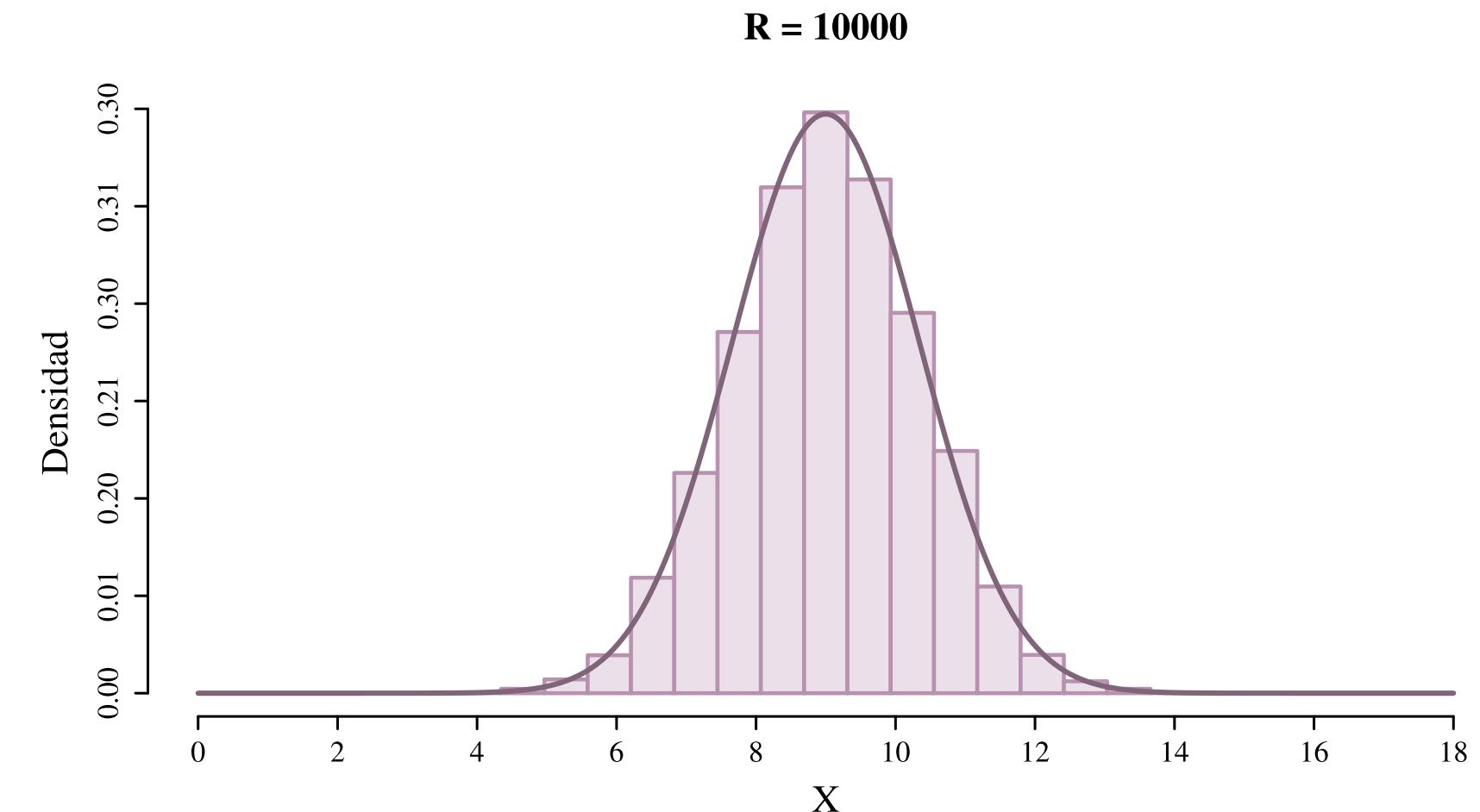
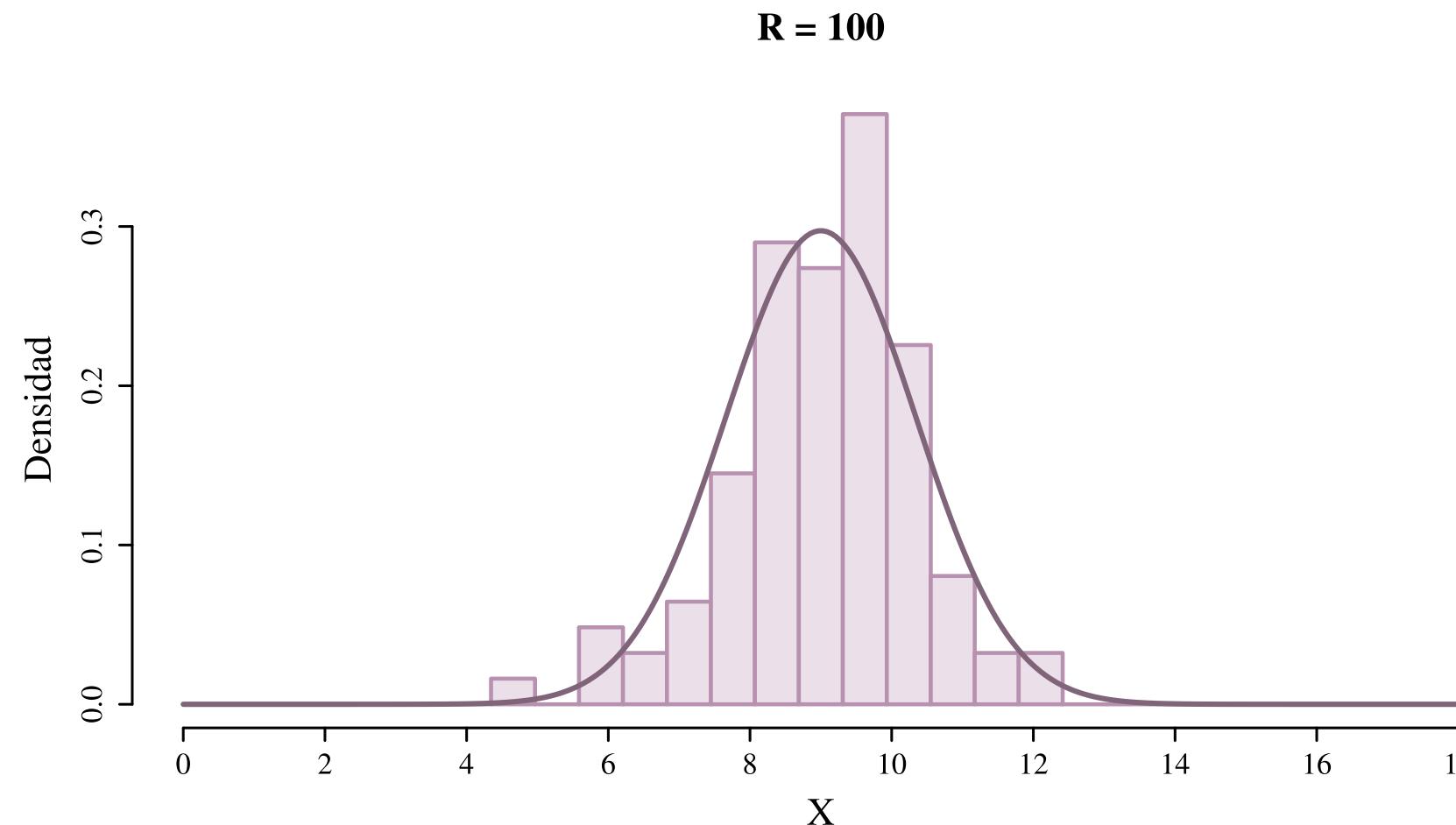
P U N T O 2 . D

(2.d) $Y \sim \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} X_j, \quad X_j = U_j(0, 18)$

Haga dos histogramas de Y , tomando $R \in \{100, 10^4\}$ realizaciones y 30 bines.

¿Qué distribución espera ver? Discuta qué efecto tiene variar R .

(si considera que la respuesta es evidente probablemente no esté en lo correcto)



Eso es todo

R Markdown Cheatsheet

Texto básico

```
# Título  
## Subtítulo  
Texto plano  
ítalica o ítalica  
negrita o negrita.
```

Tablas

Encabezado A	Encabezado B
-----	-----
Elemento a_1	Elemento b_1
Elemento a_2	Elemento b_2

Texto en latex

Ecuación en linea:
$$A = \sum_{i=1}^n a_i$$

Ecuación fuera linea:

```
$$  
\mathbb{E}(X) =  
\int_0^{\infty} x f_X(x) ~ dx
```

$$\mathbb{E}(X) = \int_0^{\infty} x f_X(x) dx$$