Hola

El trabajo práctico 2 y las próximas tres clases

Parte 1

ENUNCIADO

Cosas a tener en cuenta para la correcta entrega del TP

- Entreguen el TP en formato PDF, exportado en R Markdown. Al archivo nómbrenlo con sus apellidos separados con guión bajo (`APELLIDO1_APELLIDO-COMPUESTO2.pdf`)
- Eligan como semilla para todo el TP la concatenación de los últimos dos dígitos de los DNI de los integrantes. Por ejemplo, si los documentos de los integrantes terminan en 42 y 24, deberían poner al principio del Rmd `set.seed(4224)` o `set.seed(2442)`. Pueden usar cualquiera de las opciones, pero aclárenlo explícitamente en el trabajo.
- Siéntanse libres de hacer gráficos y análsis de más si consideran que aportan a las discusiones que les pedimos en el TP.

Trabajo práctico 2 — Parte 1

ENUNCIADO

1 – Distribución uniforme

Sea $X \sim U(0, 18)$ una variable distribuida uniformemente entre 0 y 18

(1.a) Genere una función `X_dist(R)` que devuelva un vector con R realizaciones de X.

(1.b) Calcule la media y la varianza muestral de los datos para $R \in \{2, 30, 100, 10^4\}$.

(1.c) Calcule el valor teórico de la esperanza de X, $\mathbb{E}(X)$, y su varianza, $\mathbb{V}(X)$.
Compare estos valores con los obtenidos en (1.b).

(1.d) Haga dos histogramas de X, tomando $R \in \{100, 10^4\}$ realizaciones y 30 bines.
¿Qué distribución espera ver? Discuta qué efecto tiene variar R.
(si considera que la respuesta es evidente probablemente esté en lo correcto)

Trabajo práctico 2 — Parte 1

VARIABLES ALEATORIAS EN R

VARIABLES ALEATORIAS EN R

En R podemos generar variables aleatorias de la siguiente manera

```
X <- rnorm(n = 7, mean = 10, sd = 4)
```

```
>>>
[1] 11.367767  7.656715  8.988066  9.463982
[5] 17.371329 13.710671  9.132112
```

VARIABLES ALEATORIAS EN R

Notar que esta función está haciendo un bucle en el fondo, por lo que hacer

```r
X <- rnorm(n = 7, mean = 10, sd = 4)
```

es equivalente a

```r
X <- numeric(7)  # vector con siete 0s
for (i in 1:7){
  X[i] <- rnorm(n = 1, mean = 10, sd = 4)
}
```

VARIABLES ALEATORIAS EN R

Por defecto R puede generar muestras de muchos tipos de distribuciones:

```
rnorm() # Gaussiana
runif() # Uniforme
rbinom() # Binomial
rexp() # Exponencial
...
```

Para verlas todas pueden poner en R `?distributions` y les sale la documentación.

Trabajo práctico 2 — Parte 1

FUNCIONES EN R

FUNCIONES EN R

Hacer una función en R se ve algo así:

```
areaDelCirculo <- function(radio){
  area <- pi*radio^2
  return(area)
}
```

PUNTO 1.A

(1.a) $X \sim U(0, 18)$

Genere una función `X_dist(R)` que devuelva un vector con R realizaciones de X

PUNTO 1.A

(1.a) $X \sim U(0, 18)$

Genere una función `X_dist(R)` que devuelva un vector con R realizaciones de X

```r
X_dist <- function(R) {
  return(runif(n = R, min = 0, max = 18))
}
```

Trabajo práctico 2 — Parte 1

ESTADÍSTICOS EN R

ESTADÍSTICOS EN R

```
X_R30 <- X_dist(R=30)

summary(X_R30)
>>> Min.    1st Qu.   Median   Mean    3st Qu.   Max.
    0.080   5.197     9.841    9.574   14.428    17.238
```

Trabajo práctico 2 — Parte 1

ESTADÍSTICOS EN R

```
X_R30 <- X_dist(R=30)

summary(X_R30)

>>> Min.    1st Qu.   Median   Mean    3st Qu.   Max.
    0.080   5.197     9.841    9.574   14.428    17.238

mean(X_R30)

>>> [1] 9.574075
```

ESTADÍSTICOS EN R

```
X_R30 <- X_dist(R=30)

summary(X_R30)

>>> Min.    1st Qu.   Median   Mean    3st Qu.   Max.
    0.080   5.197     9.841    9.574   14.428    17.238

mean(X_R30)

>>> [1] 9.574075

var(X_R30)

>>> [1] 9.574075
```

PUNTO 1.B

(1.b) $X \sim U(0, 18)$

Calcule la media y la varianza muestral de los datos para $R \in \{2, 30, 100, 10^4\}$

PUNTO 1.C

(1.c) $X \sim U(0, 18)$

Calcule el valor teórico de la esperanza de X , $\mathbb{E}(X)$, y su varianza, $\mathbb{V}(X)$

Compare estos valores con los obtenidos en (1.b)

CÁLCULO DE $\mathbb{E}(X)$

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f_X(x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{con} \qquad f_X(x) = \left\{ \frac{1}{b-a} \quad \text{si} \quad x \in [a,b], \quad 0 \quad \text{si no} \right\}$$

CÁLCULO DE $\mathbb{E}(X)$

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f_X(x)\, \mathrm{d}x \qquad \text{con} \qquad f_X(x) = \left\{ \frac{1}{b-a} \quad \text{si} \quad x \in [a,b], \quad 0 \quad \text{si no} \right\}$$

$$\mathbb{E}(X) = \int_a^b \frac{x}{b-a}\, \mathrm{d}x = \left. \frac{x^2}{2(b-a)} \right|_a^b = \frac{b^2 - a^2}{2(b-a)} = \frac{(b+a)(b-a)}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}$$

CÁLCULO DE $\mathbb{E}(X)$

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f_X(x)\, \mathrm{d}x \qquad \text{con} \qquad f_X(x) = \left\{ \frac{1}{b-a} \quad \text{si} \quad x \in [a,b], \quad 0 \quad \text{si no} \right\}$$

$$\mathbb{E}(X) = \int_a^b \frac{x}{b-a}\, \mathrm{d}x = \frac{x^2}{2(b-a)}\bigg|_a^b = \frac{b^2-a^2}{2(b-a)} = \frac{(b+a)(b-a)}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\mathbb{E}(X) = \frac{b+a}{2} = 9}$$

Trabajo práctico 2 — Parte 1

CÁLCULO DE $\mathbb{V}(X)$

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \, f_X(x) \, \mathrm{d}x - \left(\frac{b+a}{2}\right)^2$$

CÁLCULO DE $\mathbb{V}(X)$

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\, f_X(x)\, \mathrm{d}x - \left(\frac{b+a}{2}\right)^2$$

$$\mathbb{E}(X^2) = \int_a^b \frac{x^2}{b-a}\, \mathrm{d}x = \left.\frac{x^3}{3(b-a)}\right|_a^b = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)}$$

CÁLCULO DE $\mathbb{V}(X)$

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \, f_X(x) \, \mathrm{d}x - \left(\frac{b+a}{2}\right)^2$$

$$\mathbb{E}(X^2) = \int_a^b \frac{x^2}{b-a} \, \mathrm{d}x = \left.\frac{x^3}{3(b-a)}\right|_a^b = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)}$$

$$\implies \boxed{\mathbb{V}(X) = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)} - \left(\frac{b+a}{2}\right)^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = 27}$$

PUNTO 1.C

R	$\overline{X}$	s^2
2	7.838	6.863
30	9.040	19.49
100	9.377	21.75
10^4	8.927	26.63
∞	9	27

PUNTO 1.C

R	$\overline{X}$	s^2	$\left\lvert\overline{X} - \mathbb{E}(X)\right\rvert$	$\left\lvert s^2 - \mathbb{V}(X)\right\rvert$
2	7.838	6.863	1.161	20.136
30	9.040	19.49	0.040	7.505
100	9.377	21.75	0.377	5.243
10^4	8.927	26.63	0.072	0.367
∞	9	27	0	0

~~Trabajo práctico 2 — Parte 1~~

PAUSA REGLAMENTARIA

— La distribución exponencial —

~~Trabajo práctico 2 — Parte 1~~

PAUSA REGLAMENTARIA

La función densidad de la distribución exponencial es

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}\, \mathbb{I}_{(0,\infty)}(x)$$

~~Trabajo práctico 2 — Parte 1~~

PAUSA REGLAMENTARIA

La función densidad de la distribución exponencial es

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{si} \quad x \in [0, \infty), \quad 0 \quad \text{si no}$$

PAUSA REGLAMENTARIA

La función densidad de la distribución exponencial es

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{si} \quad x \in [0, \infty), \quad 0 \quad \text{si no}$$

Calculemos su esperanza en el pizarrón...

~~Trabajo práctico 2 — Parte 1~~

PAUSA REGLAMENTARIA

La función densidad de la distribución exponencial es

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{si} \quad x \in [0, \infty), \quad 0 \quad \text{si no}$$

y su media y varianza son

$$\boxed{\mathbb{E}(X) = 1/\lambda}$$

$$\boxed{\mathbb{V}(X) = 2/\lambda^2 - (1/\lambda)^2 = 1/\lambda^2}$$

DE VUELTA AL TP

(1.d) $X \sim U(0, 18)$
Haga dos histogramas de X , tomando $R \in \{100, 10^4\}$ realizaciones y 30 bines.
¿Qué distribución espera ver? Discuta qué efecto tiene variar R .
(si considera que la respuesta es evidente probablemente esté en lo correcto)

Trabajo práctico 2 — Parte 1

HISTOGRAMAS EN R

```r
X_R100 <- X_dist(R=100)
hist(X_R100)
```

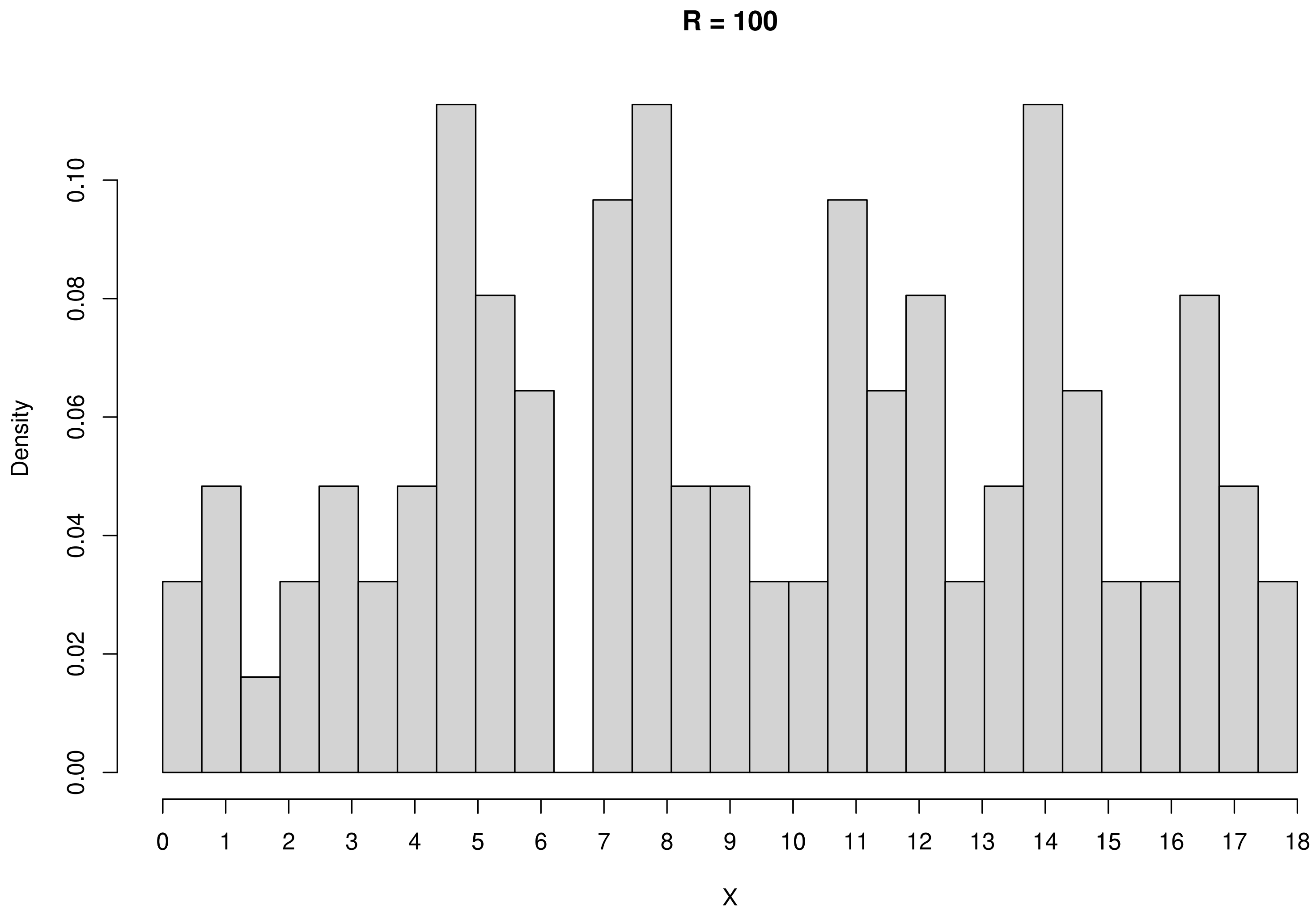
HISTOGRAMAS EN R

```
X_R100 <- X_dist(R=100)
hist(X_R100,
        breaks = seq(0,18,l=30),
        probability = TRUE,
        main = "R = 100",
        xlab = "X",
)
```

Trabajo práctico 2 — Parte 1

HISTOGRAMAS EN R

```r
X_R100 <- X_dist(R=100)
hist(X_R100,
     breaks = seq(0,18,l=30),
     probability = TRUE,
     main = "R = 100",
     xlab = "X",
)
```

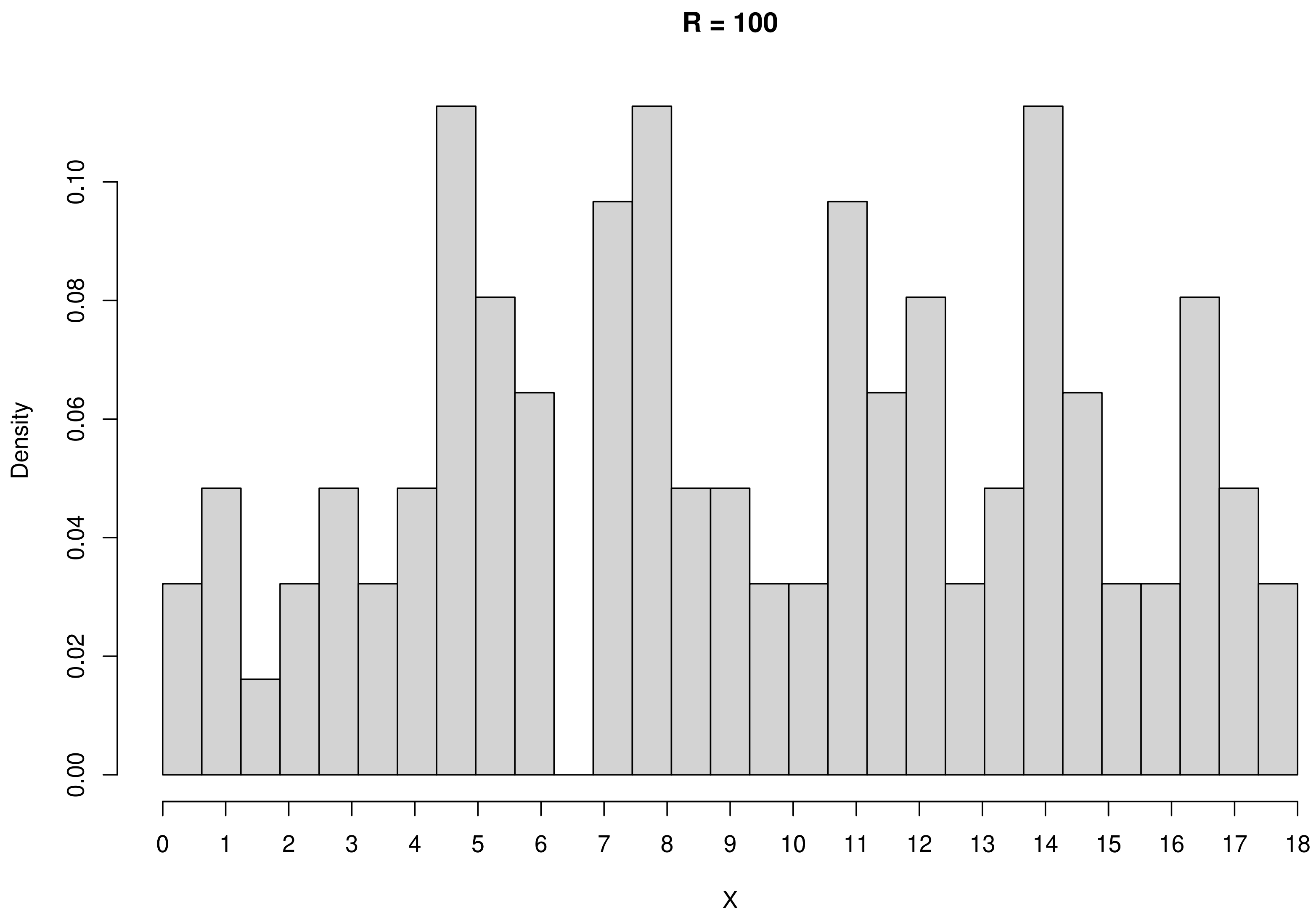


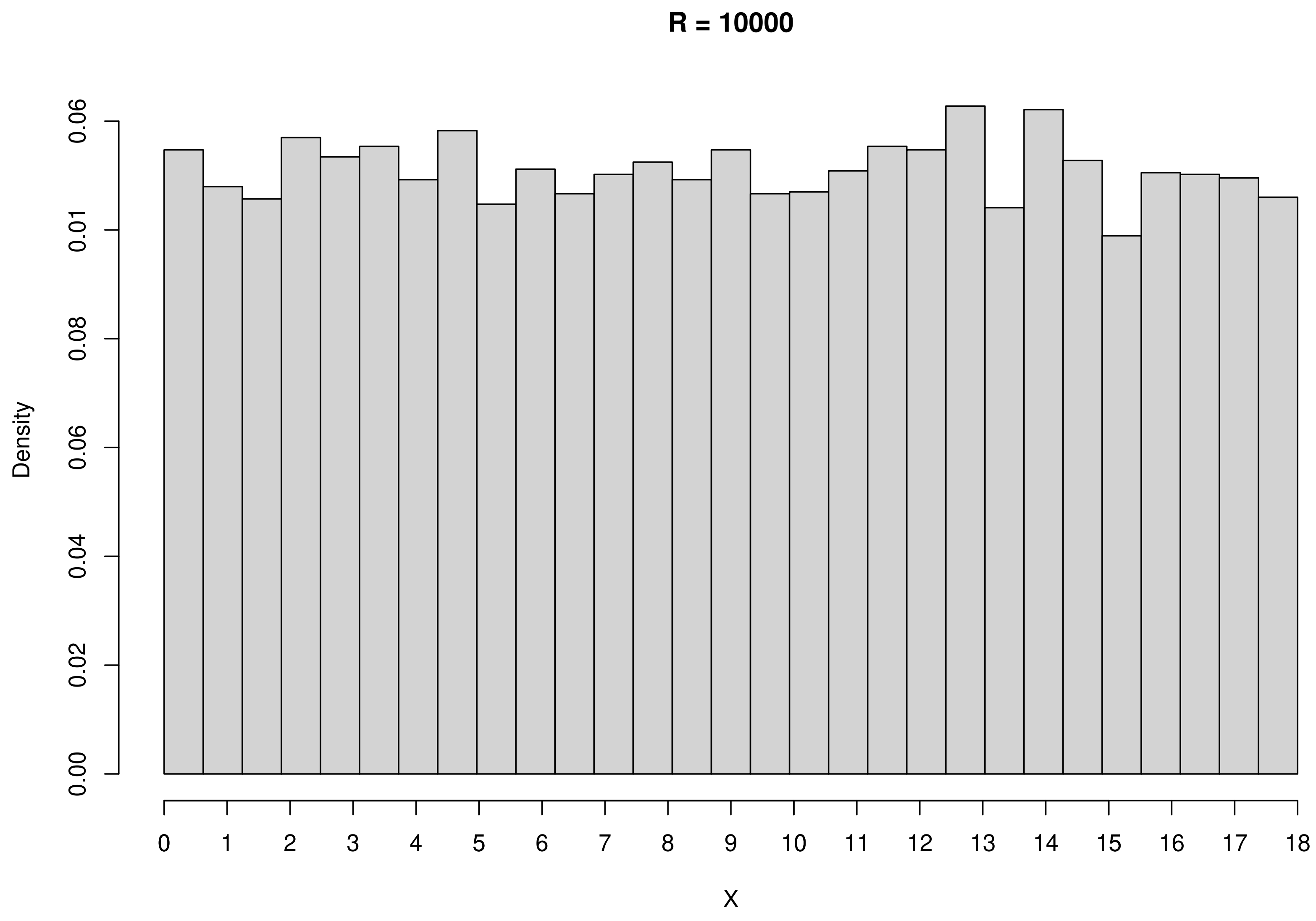
PUNTO 1.D

(1.d) $X \sim U(0, 18)$
Haga dos histogramas de X , tomando $R \in \{100, 10^4\}$ realizaciones y 30 bines.
¿Qué distribución espera ver? Discuta qué efecto tiene variar R .
(si considera que la respuesta es evidente probablemente esté en lo correcto)

PUNTO 1.D

(1.d) $X \sim U(0, 18)$
Haga dos histogramas de X , tomando $R \in \{100, 10^4\}$ realizaciones y 30 bines.
¿Qué distribución espera ver? Discuta qué efecto tiene variar R .
(si considera que la respuesta es evidente probablemente esté en lo correcto)





Eso es todo.

Cheatsheet

Calcular estadísticos teóricos

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f_X(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\mathbb{E}(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\, f_X(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\begin{aligned}\mathbb{V}(X) &= \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2) \\ &= \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2\end{aligned}$$

Calcular estadísticos muestrales

```
mX_R30 <- mean(X_R30)
vXm_R30 <- var(X_R30)
```

Crear funciones

```
X_dist <- function(R) {
  return(runif(n = R, min = 0, max = 18))
}
X_R30 <- X_dist(R=30)
```

Crear y guardar histogramas

```
hist(X_R100,
     breaks = seq(0, 18, l = 30)
     probability = TRUE,
     main = "R = 100",
     xlab = "X")
```